

滑りを考慮した人体の転倒に関する理論的考察

The theoretical study of human fall with consideration about slip

○ 行正徹 (産業医科大学) 中野正博 (純真学園大学) 松浦弘幸 (国立長寿医療研究センター)

玉川雅章 (九州工業大学) 山中真 (純真学園大学) 久保田正美 (日本自動車研究所)

Toru YUKIMASA, University of Occupational and Environmental Health(UOEH)

Masahiro NKANO, Junshin Gakuen University

Hiroyuki MATSUURA, National Center For Geriatrics and Gerontology

Masaaki TAMAGAWA, Kyushu Institute of Technology

Makoto Yamanaka, Junshin Gakuen University

Masami KUBOTA, Japan Automobile Research Institute (JARI)

Abstract: The population of the aged people becomes larger and larger year by year in Japan. The probability of fall among them is higher than young people because of deteriorating of physical ability. Therefore, fall is very important problem and the prevention against fall has been considered. However, most studies have not been done from the theoretical view. In this study, we conducted to investigate the situation of fall using rigid body model. We calculated the velocity just before colliding with a floor. Furthermore we considered the condition where the body slips by calculating the constraint force such as normal force and friction force.

Key Words: Fall, Normal Force, Friction Force, Rigid Body

1. はじめに

日本において、高齢化の問題は緊迫の度を強めている。総務省の統計によれば高齢化率は、23%を超えている(1)。

高齢化に伴う身体疾患の増加と身体機能の低下の結果、医療費や社会福祉費の増加が起り、国家財政の大きな課題となりつつある。高齢者における転倒も、この意味で大きな問題であり、在宅、施設、病院を問わず転倒防止は重要な課題である。転倒すれば、骨折から歩行障害など運動障害が生じ、寝たきり状態を招く危険が高い。以前に我々が調査した結果によれば、転倒によって骨折などの重大な転機を招いた割合は、4.5%から16.5%であった(2)。また、寝たきりになれば、認知症を併発するリスクも高くなる。

以上の意味で転倒対策は、医療・福祉など広い分野で大変重要な課題である。

本研究では、転倒の力学的な分析を行う。転倒して床に衝突し、受傷するわけであるが、立位から床への衝突までを垂直抗力や摩擦力を考慮して力学的に考察し、衝突の速度や床を滑る条件を調べる。

2. 剛体モデル

まず、物理学的な考察をするためにモデルを考える。人体そのものは、複雑な連続体である。弾性体に近いが、関節も多数あり、また物性も場所により一定ではない。しかし、床への転倒に焦点を絞れば、第一近似として人体を剛体棒とみなしても大きな問題はないと考える。本研究ではこのモデルで考察を進めることとする。

3. 滑りのない場合

まず、通常の転倒の状況を再現するために足底部を中心に回転するように転倒する場合を考察する。この場合は、足底部が床に固定されていると考えることができるので、Fig.1のように座標をとることができる。

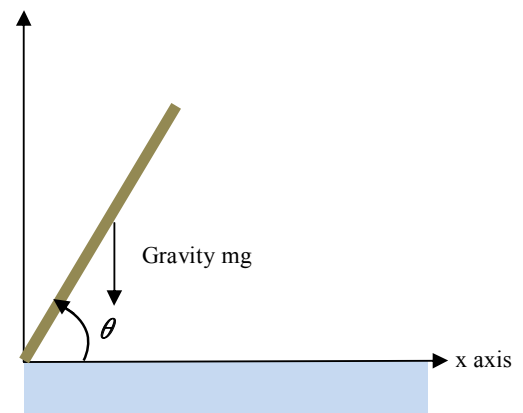


Fig.1 Rigid Body Model

ここで、x軸は床の上に接しているものとする。このモデルでは変数は θ だけであり、自由度1の運動となる。簡単のため、この剛体の質量密度は一定とし、その全質量を m とし、重力加速度を g とする。このように設定すると、原点の周りの回転運動を考察すればよいことが分かる。その運動方程式は、 I を、原点を通りこの紙面に垂直な軸の周りの慣性モーメントとすると、以下のようになる。

$$I\ddot{\theta} = -mgl \cos \theta \quad (1)$$

ここで I は、 ρ をこの剛体の質量線密度として、

$$I = \int_0^l x^2 \rho dx = \left[\frac{x^3 \rho}{3} \right]_0^l = \frac{l^3 \rho}{3} = \frac{ml^2}{3} \quad (2)$$

となる。また、 l は剛体棒の長さである。方程式(1)を以下の初期条件で解いて床に衝突直前での剛体棒の先端の速さ V_s を求める。

$$\dot{\theta}(0) = 0, \quad \theta(0) = \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

この初期条件は、初速ゼロで直立状態から転倒する状況に相当する。式(1)を(3)の初期条件で解くと、

$$\dot{\theta}^2 = \frac{1}{I} mgl(1 - \sin \theta) = \frac{3g}{l}(1 - \sin \theta) \quad (4)$$

となる。式(4)を用いて V_s を求めると、以下の式を得る。

$$V_s = \sqrt{3gl} \quad (5)$$

身長 1.5[m]とした場合、

$$V_s = 24[\text{km/h}] \quad (6)$$

となる。棒の先端に質量が集中している場合は、これより大きな速さになる。人体の重心は、臍部の少し上部なので、本計算の方が、現実に近い状況を再現していると考えられる。この速さを元に衝突時の加速度の時間変化が分かれば、頭部受傷の程度を概算することが可能となる(3)。

次に、このような足元の一点が固定された運動を行うための条件を考える。このような運動をするためには、Fig.2

のような拘束力 \mathbf{R} が必要である。

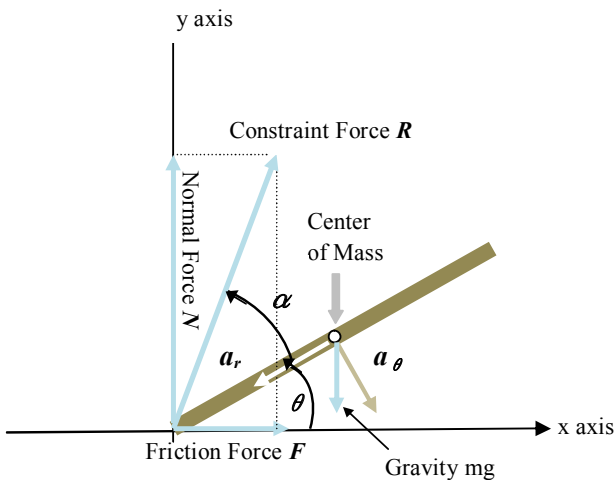


Fig.2 Constraint Force and Equation of Motion

この拘束力は床から受ける垂直抗力 \mathbf{N} と摩擦力 \mathbf{F} との合力である。次にこれらの力を求める為に、この剛体棒の質量中心に関する運動方程式を動径方向と方位角方向に分けて記す。

$$m \frac{l}{2} \dot{\theta}^2 = mg \sin \theta - R \cos \alpha, \quad (\text{動径方向}) \quad (7)$$

$$m \frac{l}{2} \ddot{\theta} = -mg \cos \theta + R \sin \alpha, \quad (\text{方位角方向}) \quad (8)$$

但し、

$$a_r = \frac{l}{2} \dot{\theta}^2, a_\theta = \frac{l}{2} \ddot{\theta}$$

である。ここで、角度 θ の向きが反時計回りを正の方向として決まっていることに注意して、方位角方向の符号を決定する必要がある。式(1),(4),(7),(8)などから、 \mathbf{R} を計算すると、

$$R = \frac{mg}{4} \sqrt{99 \sin^2 \theta - 120 \sin \theta + 37} \quad (9)$$

となる。容易に分かるように 0° から 90° のすべての θ に関して、平方根の中は正である。従って、当然ながら通常の転倒において抗力がこの式に従う可能性はあり得るわけである。 θ が 0° のとき衝突となる。このとき \mathbf{R} は(9)より、

$$R = \frac{\sqrt{37}}{4} mg \quad (10)$$

である。すなわち、衝突直前には重力以外に、重力の約 1.5 倍の抗力が生じていることが分かる。また、このときの垂直抗力、摩擦力は、式(7), (8), (10)から

$$N = R \sin \alpha = \frac{1}{4} mg, \quad F = |R \cos \alpha| = \frac{3}{2} mg \quad (11)$$

となる。 \mathbf{F} の \mathbf{N} に対する比は、6 となる。通常の状態では静止摩擦係数がもっと小さいと推測される。摩擦以外のメカニズムで足底部と床が固定されていることが必要となると推測できる。例えば、粘着テープとかマジックテープなどの場合が考えやすいかもしれない。また、床がリノリュームで靴の底面の材質がゴムのようなものであれば、この状況を実現できるのかもしれない。実験で確かめる必要がある。

4. 滑りのある場合

次に、摩擦がない場合、すなわち完全に床の上を滑る場

合の転倒を考える。この場合は Fig.3 のように座標をとる。 x と θ の 2 変数となる。ここで x は質量中心の x 座標であり、 θ はこの剛体棒の水平面から測った傾きである。

従って、今回の場合は一点が固定された回転運動ではない。ラグランジアン形式で求めることとする。この力学系のラグランジアン L は以下の通りである。

$$L = \frac{ml^2}{24} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{8} ml^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta - \frac{l}{2} mg \sin \theta \quad (12)$$

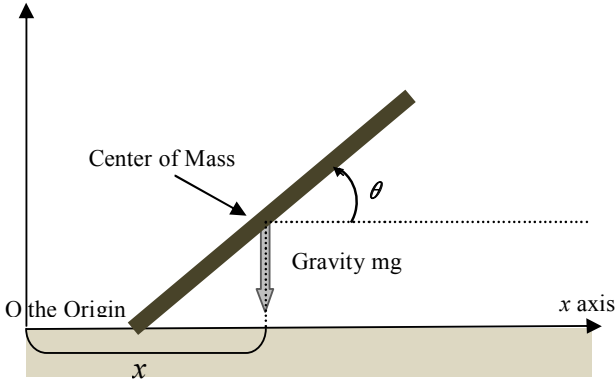


Fig.3

式(12)から Lagrange の運動方程式を作ると、

$$l\ddot{\theta} - 3l\dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + 3l\ddot{\theta} \cos^2 \theta + 6g \cos \theta = 0 \quad (13)$$

$$m\ddot{x} = 0 \quad (14)$$

となる。2 変数について 2 つの方程式が存在するわけである。式(14)は、質量中心の x 方向への運動は等速度運動（静止を含む）であるということの意味している。今の場合、この剛体に働く力は、摩擦力がないので床から受ける垂直抗力と重力のみであり、いずれも鉛直成分のみで水平成分はない。従って確かに質量中心は等速度運動することになると考えられる。転倒の状況では、初速度ゼロと考えてよいので質量中心は、この転倒の際には静止していると考えられる。次に θ に関する運動を考える。運動方程式(13)を解析的に解ければ申し分ないが、一般的には困難である。但し、摩擦がなく滑るだけの場合は、力学的エネルギーが保存される。すなわち、以下のような式が成り立つ。

$$E = T + V = \frac{ml^2}{24} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{8} ml^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \frac{l}{2} mg \sin \theta = \text{const} \quad (15)$$

今、初期条件としては剛体が直立している状態から、初速度ゼロでゆっくりと倒れる場合を想定している。この状況

を初期条件で表現すれば、

$$x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0, \theta(0) = \frac{\pi}{2}, \dot{\theta}(0) = 0 \quad (16)$$

となる。床に衝突する直前の時刻を t_0 とすると、

$$x(t_0) = 0, \dot{x}(t_0) = 0, \theta(t_0) = 0 \quad (17)$$

としてよい。そこで、

$$\dot{\theta}(t_0) = \omega_f \quad (18)$$

とおく。(16), (17), (18)を式(15)に適用すると、

$$\frac{ml^2}{24} \omega_f^2 + \frac{1}{8} ml^2 \omega_f^2 = \frac{l}{2} mg \quad (19)$$

を得る。この式(19)を用いて、衝突直前のこの剛体の先端の床に対する速さを V_s^* として求めると、

$$V_s^* = \sqrt{3gl} \quad (20)$$

となる。式(5)と比較すればすぐわかるように、下端が固定されていて全く滑らない場合と同じ結果である。この結果は、一見驚くべきことである。一般には摩擦のない滑る床の方が遥かに危険であり、転倒時の衝撃も大きいという印象がある。しかし、エネルギーの観点から考察するとこの 2 つの場合では、いずれも拘束力が仕事をしないことが分かる。従って力学的エネルギー保存則が成り立つため、最終的に同じ結果になると考えられるわけである。

5. まとめ

本研究では、人体を剛体棒で近似して、転倒の様子を古典力学的にシミュレーションした。その際、床の上を滑る場合と固定されている場合に分けて考察した。この二つの場合において、床に衝突する際の棒の先端の速度は同じであった。しかし、それは、棒の全質量が先端に集中したときにその質量が自由落下した場合の速度より早かった。両者の運動エネルギーは同じであるはずであるが、床に接触している点やその付近は遅い速さで動いているため、それを補うため、先端は速くなっていると考えられる。また床に固定されて回転運動を行うためには、摩擦力だけでは不十分であると考えられた。粘着力などの何らかの他の種類の力を利用できる工夫が必要である。また下端が滑り始める角度などは、正確に導くことは困難であり、今後の課題とした。

謝辞

本研究は、「NEDO, 生活支援ロボット実用化プロジェクト」の委託事業の研究グループの一員として行われ、貴重な教示を受けた。

参考文献

- (1) 平成24年版高齢社会白書
- (2) 行正 徹, 中野 正博, 松浦 弘幸, 玉川 雅章, 山中 真, 久保田正美: 転倒による受傷のリスク調査, バイオメディカル・ファジィ・システム学会誌, vol.13, no.2, pp. 109-114, 2011.
- (3) Nakano N, Matsuura H, Tamagawa M, Yamanaka M, Yukimasa T, Kubota M: Theoretical Analysis of Head Injury Criterion (HIC), Biomedical Fuzzy and human sciences, vol.12, no.2, pp. 57-63, 2010.